

# Optimasi Operasi Pembangkit Listrik Tenaga Air (PLTA) Menggunakan Linear Programming Dengan Batasan Ketersediaan Air

## Optimization of Hydro Power Plant Operation Using Linear Programming With Constraint of Water Availability

Winasis<sup>\*1</sup>, Hari Prasetijo, Giri Angga Setia

<sup>\*1</sup> [waseis@yahoo.com](mailto:waseis@yahoo.com)

Program Studi Teknik Elektro, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Jenderal Soedirman

**Abstrak**— Salah satu permasalahan pada pengoperasian Pembangkit Listrik Tenaga Air (PLTA) adalah bagaimana memaksimalkan sumber daya air yang tersedia untuk mendapatkan pembangkitan daya yang optimal. Ketersediaan air yang terbatas dan dapat disimpan dalam reservoir atau kolam tando akan mempengaruhi energi listrik yang dapat dibangkitkan oleh PLTA. Penelitian ini menyajikan pendekatan baru optimasi operasi jangka pendek PLTA. Tujuan optimasi PLTA adalah memaksimalkan energi yang dihasilkan PLTA pada periode operasi penjadwalan dengan memperhatikan ketersediaan air di kolam tando sebagai batasan operasinya. Permasalahan optimasi operasi PLTA ini diformulasikan ke dalam model *Linear Programming*, dimana metode ini merupakan model umum yang digunakan untuk memecahkan permasalahan optimasi pada pembangkit hidro. Hasil simulasi pada PLTA Ketenger Baturaden dengan menggunakan data debit pada tanggal 1 Juni 2013 menunjukkan bahwa metode ini dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi operasi PLTA dengan baik. Energi listrik sebagai fungsi tujuannya dapat dimaksimalkan dengan memenuhi semua batasan yang telah ditetapkan. Pada simulasi operasi PLTA dengan periode operasi 24 jam (1 hari), energi listrik total yang dihasilkan adalah 96121,55 kWh, lebih besar 1427 kWh (1,51%) dibanding kondisi real jika dibandingkan dengan kondisi real pembangkitan energi PLTA Ketenger pada 1 Juni 2013 sebesar 94694 kWh.

**Kata kunci**— optimasi, PLTA, jangka pendek, ketersediaan air, *Linear Programming*

**Abstract** – One of hydro power plant operational problem is how to maximize available water resources to gather optimal electric power generation. Water availability which is limited and can be stored in a reservoir will influence electrical energy generated by the plant. This paper presents a new approach of short term optimization of hydro power plant operation. The objective function is to maximize energy which is produced by power plant on scheduling operation period, with consider water resource availability in reservoir as operational constraint. The optimization problem is formulated in Linear Programming Method, in which this method is a commonly used to solve optimization problem in hydro power plant. Based on simulation results on Ketenger Hydro Power Plant using water flow data on June 1st 2013 shows that this method can be used to solve hydro power plant operation optimization problem well. Electrical energy as main objective function is maximized and all prevailing constraints are satisfied. On this short term operation (24 hour) simulation, total energy can be produced is 96121,55 kWh, or 1427 kWh (1,51%) greater comparing with real generation condition with 94694 kWh.

**Keyword**— optimization, hydro power plant, short term, water availability, *Linear Programming*.

### PENDAHULUAN

Meningkatnya kebutuhan energi listrik dari masyarakat menyebabkan kebutuhan terhadap pembangkit yang mampu membangkitkan energi listrik dalam jumlah besar. Energi listrik dibangkitkan di pusat-pusat pembangkit listrik termasuk Pembangkit Listrik Tenaga Air (PLTA). Salah satu aspek pengoperasian PLTA adalah penjadwalan air yang dilepaskan untuk dikonversi menjadi energi listrik. Permasalahan penjadwalan pembangkit hidro melibatkan permasalahan ketersediaan air dan penjadwalan air pada reservoir

yang dilepaskan selama selang waktu penjadwalan tertentu, tergantung pada kapasitas reservoir. (Wood & Wollenberg, 1996). Pengoperasian PLTA umumnya bertujuan memaksimalkan sumber daya air yang ditampung di reservoir agar diperoleh pembangkitan energi atau keuntungan ekonomi yang paling maksimal. Pengoperasian atau penjadwalan PLTA yang optimal dapat memberikan keuntungan antara lain memaksimalkan nilai sumber daya air dan meminimalkan biaya pembangkitan.

## METODA PENELITIAN

Salah satu faktor utama yang berpengaruh terhadap energi listrik yang dapat dibangkitkan oleh PLTA adalah ketersediaan air di kolam tando (reservoir). Ketersediaan air pada reservoir ini antara lain dipengaruhi oleh: pasokan air (inflow) yang didapat dari sungai-sungai sekitar, curah hujan, penguapan (evaporasi), serta pemanfaatan air baik untuk pembangkitan atau keperluan lain.

Terkait optimasi pada operasi reservoir PLTA (*hydropower*) beberapa metode digunakan dalam berbagai penelitian telah dilakukan. Pratama dan Sezar melakukan penelitian mengenai optimasi waduk untuk menganalisis debit andalan harian dan optimal daya di PLTA menggunakan metode *mass curve* (Pratama, 2011). Beberapa penelitian menggunakan metode yang berbeda dalam mengoptimalkan reservoir PLTA seperti : Genetic Algorithm (Cheng dkk, 2008 dan Aswaf & Hashim, 2011) Evolutionary Algorithm (Jothiprakash & Arunkumar, 2013), Particle Swarm Optimization (Ghimire & Reddy, 2013), dan Non Linear Optimization (Catalao dkk, 2008).

Penggunaan pemrograman linear untuk optimasi PLTA antara lain dilakukan oleh beberapa penelitian. Sreenivasan dan Vedula (1996) membahas formulasi *linear programming* untuk mengoptimalkan operasi reservoir multi tujuan. Model optimasi bertujuan untuk menentukan produksi daya pembangkit listrik tenaga air tahunan yang maksimal disamping memenuhi kebutuhan permintaan irigasi pada level kehandalan tertentu. Pada penelitian ini variasi level elevasi air reservoir dan kisaran operasi turbin juga menjadi bahan pertimbangan. Penelitian lain dilakukan oleh Tarigan yang menggunakan program linear untuk mengoptimalkan pemanfaatan air waduk Kedungombo untuk memenuhi kebutuhan irigasi, air baku dan PLTA (Tarigan, 2001). Batasan terkait range operasi turbin – generator tidak dipertimbangkan dalam penelitian ini, dan elevasi operasi menggunakan nilai elevasi rerata. Optimasi pada kedua penelitian tersebut adalah optimasi jangka panjang (tahunan) dengan periode operasi disederhanakan dan diasumsikan per bulan selama 1 tahun sehingga mengurangi realita kondisi operasi yang sebenarnya.

Penelitian ini membahas pengoptimalan jangka pendek (24 jam) PLTA dengan kolam tando harian dengan studi kasus di PLTA Ketenger Baturraden. Optimasi bertujuan untuk memaksimalkan energi listrik yang dibangkitkan PLTA selama periode operasi. Optimasi memperhatikan ketersediaan air di kolam tando sebagai batasan operasi dan juga batasan operasi dari turbin dan generator yang digunakan. Optimasi pengoperasian PLTA ini diformulasikan menggunakan model *Linear Programming* dan penyelesaian formulasi optimasi dilakukan menggunakan software Optimasi Tomlab.

Data penelitian menggunakan data PLTA Sub Unit Ketenger Baturraden, PT. Indonesia Power Unit Bisnis Pembangkitan (UBP) Mrica meliputi : data teknik kolam tando, data turbin, dan generator, data debit inflow dan outflow, dan data produksi energi listrik.

### A. Formulasi Optimasi

Optimasi ini dilakukan untuk memaksimalkan besar nilai energi listrik yang dihasilkan dalam periode operasi tertentu. Fungsi tujuan optimasi diberikan pada persamaan 1 berikut :

$$\text{maks} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T E_{gi}(t) \quad (1)$$

dengan  $E_{gi}(t)$  adalah energi listrik unit generator  $i$  pada waktu  $t$  dalam kWh,  $n$  menyatakan jumlah unit pembangkit yang dioperasikan dan  $T$  adalah periode penjadwalan. Periode optimasi dapat berupa harian (24 jam), mingguan, atau bulanan.

Besaran energi listrik yang dihasilkan generator merupakan fungsi daya pembangkitan dikalikan selang waktu. Daya listrik yang dibangkitkan PLTA tergantung dari ketinggian jatuh air (*head*) dan debit air yang melalui turbin, serta dipengaruhi oleh faktor efisiensi pembangkit. Efisiensi konversi pada PLTA sendiri merupakan gabungan dari efisiensi di saluran (*penstock*), efisiensi turbin, dan efisiensi generator. Secara matematis energi dan daya pembangkitan PLTA diformulasikan dalam persamaan 2 dan 3 sebagai berikut

$$E_{gi}(t) = P_{gi}(t) \times \Delta t \quad (2)$$

$$P_{gi}(t) = 9,8h(t)Q_{out,i}(t)\eta \quad (3)$$

dimana :

- $P_{gi}(t)$  = Daya pembangkitan unit generator  $i$  pada waktu  $t$  (kW)
- $h$  = tinggi jatuh air/ *head* pada waktu  $t$  (m)
- $Q_{out,i}$  = debit *outflow* unit  $i$  pada waktu  $t$  ( $m^3/s$ )
- $\eta$  = efisiensi pembangkit
- $\Delta t$  = selang waktu penjadwalan

Pada penelitian ini, selang waktu penjadwalan adalah 1 jam sedangkan optimasi ditujukan untuk penjadwalan jangka pendek dengan periode penjadwalan 24 jam.

### B. Batasan Operasi

Dalam pengoptimalan PLTA ini, beberapa kendala (*constraints*) yang dapat dipertimbangkan menjadi batasan yaitu elevasi dan *head* kolam tando

Elevasi kolam tando dibatasi diantara nilai minimal dan maksimal yang diperbolehkan, secara matematis dirumuskan pada persamaan 4 sebagai berikut

$$El_{\min} \leq El(t) \leq El_{\max} \quad (4)$$

dimana

- $El(t)$  = Elevasi kolam tando pada waktu  $t$  (mdpl)
- $El_{\min}$  = Elevasi minimum (mdpl)
- $El_{\max}$  = Elevasi maksimum (mdpl)

Nilai maksimal elevasi kolam tando terkait dengan kapasitas dari kolam tando, sedangkan nilai minimal dari elevasi air pada kolam tando dibatasi agar operasi turbin dan generator dapat berjalan stabil.

Dengan nilai elevasi yang dibatasi, maka ketinggian jatuh (*head*) PLTA juga terbatas pada kisaran tertentu. Batasan head PLTA ini dinyatakan pada persamaan 5 berikut.

$$h_{\min} \leq h(t) \leq h_{\max} \quad (5)$$

dengan  $h(t)$  adalah tinggi jatuh pada step waktu  $t$  dalam meter, dan nilainya dibatasi diantara head minimum ( $h_{\min}$ ) dan head maksimum ( $h_{\max}$ ) dalam meter.

Daya pembangkitan yang dihasilkan oleh unit generator dibatasi diantara nilai daya pembangkitan minimal dan maksimal. Batasan ini dinyatakan dalam persamaan 6 berikut

$$P_{gi,\min} \leq P_{gi}(t) \leq P_{gi,\max} \quad (6)$$

$P_{gi,\min}$  adalah daya pembangkitan minimum unit generator  $i$  (dalam kW). Batasan nilai daya pembangkitan minimum generator ini ditujukan agar generator beroperasi stabil. Sedangkan  $P_{gi,\max}$  menunjukkan daya pembangkitan maksimal unit generator  $i$  (dalam kW). Besaran daya pembangkitan maksimal generator ditentukan oleh rating kapasitas generator itu sendiri.

Ketinggian elevasi dan head pada pembangkit dipengaruhi oleh aliran air masuk (*inflow*) dan air keluar (*outflow*) yang kemudian digunakan untuk memutar turbin. Persamaan 7 dan 8 menunjukkan hubungan antara elevasi, head, debit *inflow* dan debit *outflow* ke turbin pada setiap step waktu penjadwalan.

$$h(t) = h(t-1) + \frac{Q_{in}(t)}{A} - \frac{\sum_{i=1}^n Q_{out,i}(t)}{A} \quad (7)$$

$$El(t) = El(t-1) + \frac{Q_{in}(t)}{A} - \frac{\sum_{i=1}^n Q_{out,i}(t)}{A} \quad (8)$$

dimana :

- $h(t-1)$  = head pada t-1 (m)
- $El(t-1)$  = elevasi pada t-1 (m)
- $Q_{in}(t)$  = Debit inflow pada step waktu  $t$  ( $m^3/s$ )
- $A$  = Luas permukaan reservoir ( $m^2$ )

Persamaan diatas menunjukkan bahwa aliran air masuk ke kolam tando akan menambah ketinggian (elevasi) permukaan air dan juga tinggi jatuh PLTA dari step sebelumnya. Sebaliknya debit air yang keluar melalui penstock dan turbin akan menyebabkan penurunan elevasi dan tinggi jatuh dari PLTA.

## PEMBAHASAN

### A. Proses Pembangkitan Daya di PLTA Ketenger

Formulasi optimasi di atas diimplementasikan menggunakan data PLTA Sub Unit Ketenger Baturraden. Proses pembangkitan daya di PLTA Ketenger menggunakan kolam tando sebagai media penyimpan/penampung air. Ketersediaan air yang disimpan di kolam tando tergantung dari besarnya sumber air yang diperoleh dari aliran (*inflow*) sungai-sungai sekitar.

Data kolam tando harian PLTA Ketenger disajikan dalam Tabel 1 berikut:

Parameter	Nilai
Luas dasar kolam	1,768 $m^2$
Luas permukaan kolam	4.610,6 $m^2$
Elevasi air tertinggi	663,07 mdpl
Elevasi air terendah	658,30 mdpl
Volume efektif	20.000 $m^3$

Nilai luasan permukaan reservoir pada setiap ketinggian yang berbeda pada dasarnya adalah tidak sama. Akan tetapi untuk mempermudah perhitungan, nilai luasan ( $A$ ) yang digunakan dalam analisis optimasi ini adalah luasan permukaan kolam.

Pada penelitian ini, analisis optimasi dilakukan pada unit generator 1 dan 2 PLTA Ketenger dengan spesifikasi dan batasan pengoperasian generator disajikan pada Tabel 2.

Pola operasi di PLTA Ketenger adalah base load, sehingga energi listrik yang dibangkitkan adalah tiap saat atau per jam. Pada simulasi PLTA ini hanya menganalisis pengoptimalan penggunaan ketersediaan sumber daya air yang terdapat pada reservoir. *Economic dispatch* dari sistem interkoneksi Jawa Bali tidak diperhatikan sehingga nilai biaya operasi PLTA dan biaya operasi sistem interkoneksi pada setiap step waktu belum diperhitungkan. Efisiensi keseluruhan pembangkit diasumsikan sebesar 80%.

Tabel 2. Data spesifikasi dan operasi generator unit 1 dan 2 PLTA Ketenger

Parameter	Keterangan
<b>Turbin :</b>	
Jenis turbin	Pelton horisontal
Daya turbin	3760 kW
Kecepatan putaran	600 rpm
Batasan head operasi	267,5 – 272,5 m
<b>Generator :</b>	
Jenis generator	Generator sinkron 3 phase
Rating daya	4400 kVA
Frekuensi	50 Hz
Faktor daya	0,8
Daya mampu maksimal	3500 kW
Daya minimal	1500 kW

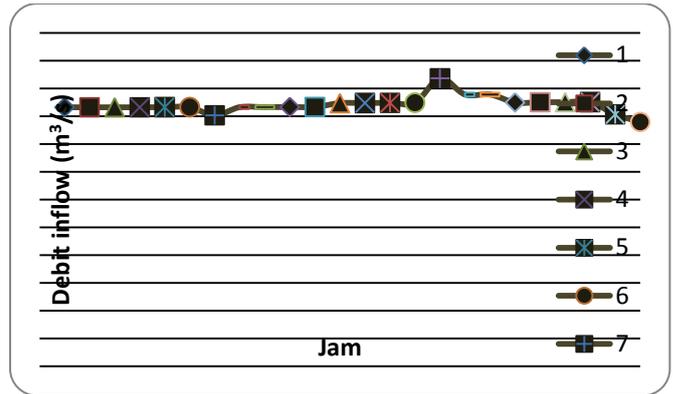
## B. Simulasi dan Analisis

Simulasi optimasi jangka pendek pada periode operasi 24 jam dilakukan dengan menggunakan input data debit inflow Ketenger pada tanggal 1 Juni 2013. Hasil simulasi diperlihatkan pada Tabel 3 berikut.

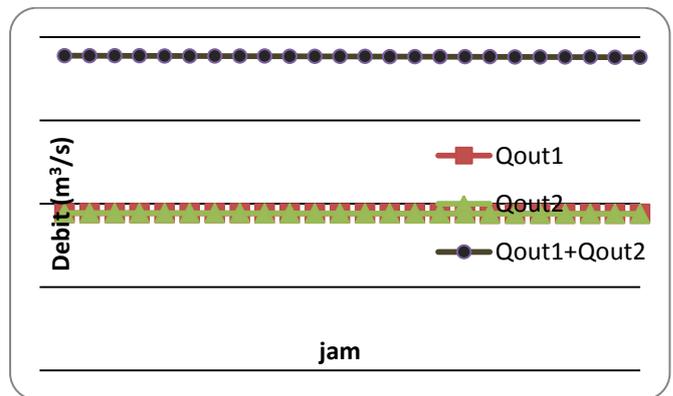
Tabel 3. Hasil Optimasi 24 jam PLTA

Jam	$Q_{in}$	$Q_{out1}$	$Q_{out2}$	Elevasi	Head	$P_{g1}$	$P_{g2}$
1	1,864	0,944	0,944	661,70	271,13	2007	2007
2	1,864	0,943	0,943	661,68	271,11	2007	2007
3	1,864	0,943	0,943	661,66	271,09	2006	2006
4	1,864	0,943	0,943	661,64	271,07	2006	2006
5	1,865	0,943	0,943	661,63	271,06	2005	2005
6	1,865	0,942	0,942	661,61	271,04	2005	2005
7	1,806	0,942	0,942	661,55	270,98	2004	2004
8	1,865	0,942	0,942	661,53	270,96	2004	2004
9	1,865	0,942	0,942	661,52	270,95	2004	2004
10	1,866	0,942	0,942	661,50	270,93	2003	2003
11	1,866	0,941	0,941	661,49	270,92	2003	2003
12	1,894	0,941	0,941	661,50	270,93	2002	2002
13	1,895	0,941	0,941	661,51	270,94	2002	2002
14	1,896	0,941	0,941	661,52	270,95	2001	2001
15	1,897	0,941	0,941	661,53	270,96	2001	2001
16	2,072	0,940	0,940	661,68	271,11	2000	2000
17	1,956	0,940	0,940	661,74	271,17	2000	2000
18	1,956	0,940	0,940	661,80	271,23	2000	2000
19	1,899	0,940	0,940	661,81	271,24	1999	1999
20	1,900	0,940	0,940	661,83	271,26	1999	1999
21	1,901	0,939	0,939	661,84	271,27	1998	1998
22	1,902	0,939	0,939	661,86	271,29	1998	1998
23	1,813	0,939	0,939	661,81	271,24	1997	1997
24	1,758	0,939	0,939	661,72	271,15	1997	1997

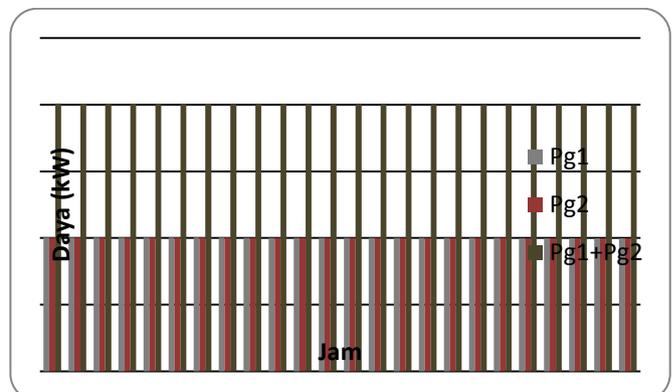
Pada Gambar 1 diperlihatkan debit aliran masuk ke kolam tando selama 24 jam. Besaran debit inflow adalah bervariasi tergantung pada kondisi cuaca dan tangkapan air di daerah aliran sungai yang menjadi sumber air kolam tando. Selama sehari debit inflow rata-rata adalah sebesar  $1,88 \text{ m}^3/\text{s}$  dengan inflow maksimal adalah  $2,072 \text{ m}^3/\text{s}$  pada jam 16.00 WIB dan inflow minimal sebesar  $1,758 \text{ m}^3/\text{s}$  pada jam 24.00 WIB.



Gambar 1. Grafik debit inflow ke reservoir



Gambar 2 Grafik debit outflow PLTA



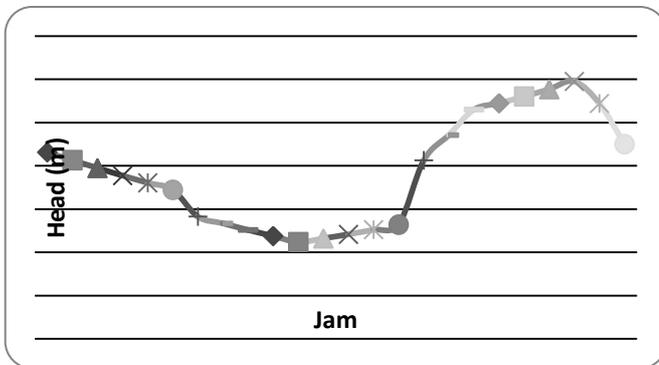
Gambar 3 Grafik daya pembangkitan PLTA

Hasil simulasi berupa debit outflow ke masing-masing penstok turbin-generator unit 1 dan unit 2 disajikan pada Gambar 2. Nilai debit output ke masing-masing unit ini berada pada kisaran yang relatif sama dan konstan rata-rata sebesar  $0,94 \text{ m}^3/\text{s}$  dengan rata-rata total debit outflow kedua unit sebesar  $1,88 \text{ m}^3/\text{s}$ . Debit output antara kedua unit relatif sama disebabkan karena tidak ada perbedaan spesifikasi teknis antara kedua unit baik dari sisi penstok, turbin, ataupun generator yang

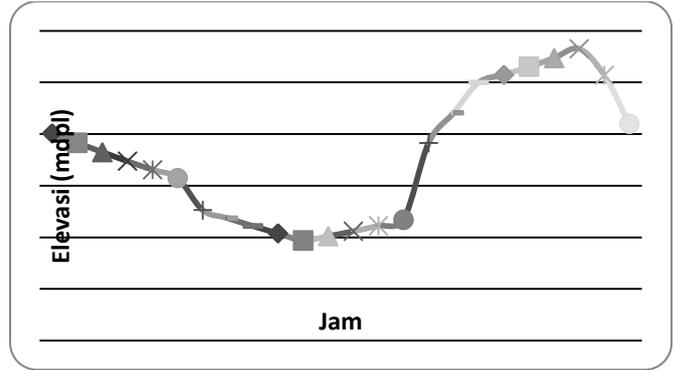
digunakan, disamping tidak ada batasan khusus yang membedakan pengoperasian kedua unit tersebut. Di sisi lain besaran outflow selama 24 jam relatif tetap antara lain disebabkan karena nilai ekonomi dari air kolam tando yang dianggap sama untuk setiap jamnya oleh karena *economic dispatch* sistem interkoneksi tidak diperhatikan. Faktor lain yang berpengaruh adalah bahwa pada optimasi ini penjadwalan penggunaan air untuk keperluan lain, misal untuk irigasi, belum diperhitungkan sebagai batasan yang dipertimbangkan.

Nilai debit outflow yang tetap menghasilkan daya pembangkitan generator unit 1 dan unit 2 yang juga relatif sama dan konstan. Besaran daya yang dibangkitkan oleh generator pada setiap step jam selama 24 jam penjadwalan diperlihatkan pada Gambar 3. Daya pembangkitan rata-rata masing-masing unit generator adalah sebesar 2002,53 kW dengan rata-rata total daya kedua unit sebesar 4005,06. Total energi yang dihasilkan kedua unit generator selama 24 jam adalah 96121,55 kWh.

Perubahan dan perbedaan debit aliran masuk dan debit keluar untuk pembangkitan daya akan berpengaruh pada fluktuasi elevasi dan head PLTA sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 4 dan 5. Pada hasil simulasi di atas menunjukkan head berada pada kisaran 270,92 - 271,29 meter. Sedangkan elevasi berada pada kisaran 661,49 - 661,86 meter di atas permukaan laut (mdpl). Dari sini diperlihatkan bahwa batasan – batasan terkait head dan elevasi juga masih terpenuhi.



Gambar 4 Grafik head PLTA



Gambar 5 Grafik Elevasi PLTA

Berdasarkan hasil simulasi tersebut, menunjukkan bahwa metode optimasi pemrograman linear yang dikembangkan dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi operasi PLTA secara efektif. Pada debit inflow bervariasi dimana nilainya berkisar antara 1,758 – 2,072 m<sup>3</sup>/detik, daya pembangkitan PLTA berada pada batasan kemampuan generator yang ditetapkan. Daya pembangkitan generator berada pada nilai kisaran tetap sekitar 2000 kW. Batasan – batasan yang terkait dengan kapasitas dan ketersediaan air di kolam tando yaitu head dan elevasi juga dapat dipenuhi.

Total energi listrik yang dihasilkan adalah sebesar 96.121,55 kWh, lebih besar 1,51% dibandingkan dengan data real pembangkitan energi PLTA Ketenger pada 1 Juni 2013 sebesar 94.694 kWh. Hal ini menunjukkan bahwa dengan ketersediaan air yang menjadi input dalam proses analisisnya terdapat potensi untuk menghasilkan energi listrik total lebih besar dibanding data real. Adanya selisih dengan data real juga dapat disebabkan karena beberapa faktor yang berpengaruh dalam proses di reservoir dan PLTA belum diperhitungkan dalam penelitian ini, seperti evaporasi dan pelimpahan air untuk keperluan selain pembangkitan.

#### KESIMPULAN

Pada penelitian ini telah dikembangkan model *Linear Programming* untuk diterapkan ke dalam permasalahan optimasi operasi jangka pendek Pembangkit Listrik Tenaga Air (PLTA). Fungsi objektif optimasi adalah untuk memaksimalkan produksi energi listrik generator yang dihasilkan. Optimasi dilakukan dengan memperhatikan batasan operasional berupa ketersediaan air di kolam tando, yang direpresentasikan dalam batasan elevasi dan head PLTA serta batasan daya unit generator. Berdasarkan hasil simulasi menggunakan data operasi PLTA Ketenger 1 Juni 2013 sebagai data masukan menunjukkan bahwa metode ini dapat menyelesaikan permasalahan optimasi pada operasi PLTA secara efektif. Artinya didapat solusi optimal energi listrik sesuai dengan batasan operasional

yang telah ditentukan. Total energi listrik yang dihasilkan adalah sebesar 96.121,55 kWh, lebih besar 1,51% dibandingkan dengan data real pembangkitan energi PLTA Ketenger sebesar 94.694 kWh.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Asfaw, T. D. dan Hashim, A. M., 2011. Reservoir Operation Analysis Aimed to Optimize the Capacity Factor of Hydroelectric Power Generation. International Conference on Environment and Industrial Innovation IPCBEE vol.12 (2011), Singapore.
- Catalao, J. P. S., Mariano, S. J. P. S., Mendes, V. M. F dan Ferreira, L. A. F. M., 2008, Nonlinear optimization method for short-term hydro scheduling considering head-dependency. European Transactions On Electrical Power (2008)
- Cheng, C.T., Wang, W. C., Xu, D. M. dan Chau, K. W., 2008, Optimizing hydropower reservoir operation using hybrid genetic algorithm and chaos. Water Resources Management, 22 (7): 895-909.
- Ghimirea, B. N. S. dan Reddy, M. J., 2013, Optimal Reservoir Operation for Hydropower Production Using Particle Swarm Optimization and Sustainability Analysis of Hydropower. ISH Journal of Hydraulic Engineering Volume 19, Issue 3, 2013 pages 196-210.
- Jothiprakash, V. dan Arunkumar, R., 2013, Optimization of Hydropower Reservoir Using Evolutionary Algorithms Coupled with Chaos. Water Resources Management, Volume 27, Issue 7, pp 1963-1979 May 2013.
- Pratama, S. Y., 2011, Studi Operasional Waduk Sengguruh untuk Pembangkit Listrik Tenaga Air. Tesis Program Pascasarjana. Institut Teknologi Sepuluh November. Surabaya.
- Sreenivasan, K. R. dan Vedula, S., 1996, Reservoir operation for hydropower optimization: A chance-constrained approach. Sadhana, Vol. 21, Part 4, August 1996, pp. 503-510.
- Tarigan, A., 2001, Optimasi Pemanfaatan Air Waduk Kedung Ombo dengan Program Linier. Tesis tidak dipublikasikan. Program Pascasarjana. Universitas Diponegoro. Semarang.
- Wood, A. J. dan Wollernberg, B. F., 1996. Power Generation Operation And Control. John Wiley & Sons.
- Gustaferro, H.A., 1985, *Handbook of Concrete Engineering*, Van Nostrand Reinhold Company, New York.
- Harjono, 2001, *Tinjauan Variasi Serat Baja Terhadap Kuat Tarik Belah Dan Modulus Elastisitas Dari Kuat Desak Beton Nonpasir*, FT UNS, Surakarta.
- Haryanto, Y., 2004, *Kajian Ketahanan Kejut (Impact Resistance) Pada Beton Ringan Serat Aluminium Dengan Agrerat ALWA*, FT UNS, Surakarta.
- Kadreni, E., 2001, *Pengaruh Steel Fiber Pada Sifat Mekanis Beton dan Kapasitas Balok Beton Bertulang Pasca Kebakaran*, Tesis S2, Universitas Gajah Mada, Yogyakarta.
- Neville, A.M., 1975, *Properties of Concrete*, The English Language Book Society and Pitman Publishing, London.
- Purnomo, D., 2003, *Tinjauan Kuat Desak dan Kuat Tarik Belah Beton dengan Berbagai Variasi Penambahan Serat Kasa*, FT UNS, Surakarta.
- Soroushian, P, and Bayasi Z, 1987, *Concept of Fiber Reinforced Concrete, Proceeding of International Seminar of Fiber Reinforced Concrete*, Michigan State University, East Lansing, Michigan USA.
- Suhendro, B., 2000, *Beton Fiber Lokal Konsep, Aplikasi, dan Permasalahannya, Laporan Kursus Singkat Teknologi Bahan Lokal dan Aplikasinya di Bidang Teknik Sipil*, PAU Ilmu Teknik UGM, Yogyakarta.
- Surdia, T., dan Saito, S., 2000, *Pengetahuan Bahan Teknik*, Cetakan Kelima, PT. Pradya Paramita, Jakarta.
- Tirta, P.H., 2004, *Kuat Desak Dan Modulus Elastisitas Pada Beton Ringan Berserat Aluminium*, FT UNS, Surakarta.
- Tjokrodimulyo, K., 1996, *Teknologi Beton*, Nafiri, Yogyakarta.
- Triwiyono, A., 2001, *Kerusakan Struktur Gedung Pasca Kebakaran, Kursus Singkat Evaluasi dan Penanganan Struktur Beton Yang Rusak Akibat Kebakaran dan Gempa*, PAU Ilmu Teknik UGM, Yogyakarta.